

Esercizi 7: calcolo combinatorio

439

Fisica e
Matematica**Quanti numeri di tre cifre si possono formare con 2, 3,
4, 5, 6?****a) 250****b) 20****c) 125****d) 120****e) 375**DISPOSIZIONI CON RIPETIZIONE $\rightarrow m^k$

$$\begin{array}{l} m=5 \\ k=3 \end{array} \rightarrow D = 5^3 = 125$$

482

Fisica e
Matematica

Quanti numeri di tre cifre si possono formare con le cifre 1, 3, 4, 5, 6, 7, ammettendo ripetizioni?

a) 280**b) 120****c) 432****d) 216****e) 720**

DISPOSIZIONI CON RIPETIZIONE $\rightarrow n^k$

$$\begin{array}{l} n = 6 \\ k = 3 \end{array} \rightarrow D = 6^3 = 216$$

1. Ho un'associazione con 50 soci. Devo scegliere 5 membri che compongano il comitato direttivo. Quante possibili scelte?

COMBINAZIONI SEMPLICI $\rightarrow \binom{M}{K}$

$$\begin{array}{l} M = 50 \\ K = 5 \end{array} \rightarrow C = \binom{50}{5} = \frac{50!}{5! \cdot (50-5)!} = \frac{\cancel{50}^{\textcolor{teal}{10}} \cdot \cancel{49} \cdot \cancel{48}^{\textcolor{teal}{8}^2} \cdot \cancel{47} \cdot \cancel{46} \cdot \cancel{45!}}{\cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{45!}}$$

$$= 10 \cdot 49 \cdot 2 \cdot 47 \cdot 46 = 2118760$$

2. Quanti numeri di 5 cifre posso scrivere usando solo 1, 3, 5, 7, 9 senza ripetizioni? E con ripetizioni?

3. In quanti modi diversi posso distribuire 20 palline uguali in 5 scatole diverse? E 5 palline uguali in 20 scatole diverse?

COMBINAZIONI CON RIPETIZIONE $\rightarrow \binom{n+k-1}{k}$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad n=20 \\ k=5 \quad \rightarrow \quad C = \binom{20+5-1}{5} &= \frac{24!}{5! \cdot 19!} = \frac{\overset{4}{24} \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot \cancel{20} \cdot \cancel{19}!}{\cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{19}!} \\ &= 4 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 = 42504 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad n=5 \\ k=20 \quad \rightarrow \quad C = \binom{20+5-1}{20} &= \frac{24!}{20! \cdot 4!} = \frac{\overset{4}{24} \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot \cancel{20}!}{\cancel{20}! \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} \\ &= 23 \cdot 21 \cdot 21 = 10626 \end{aligned}$$

4. A un gruppo di 10 amici, fra i quali ci sono anche Marta e Luca, vengono regalati quattro biglietti per uno spettacolo. In quanti modi possono essere scelti i quattro amici che andranno allo spettacolo, se Marta non vuole andare senza Luca, mentre Luca è disposto ad andare anche senza Marta?

COMBINAZIONI SEMPLICI $\rightarrow \binom{M}{k}$

modi totali: $M=10, k=4$

$$\rightarrow C = \binom{10}{4} = \frac{10!}{4! 6!} = \frac{10 \cdot \cancel{9} \cdot \cancel{8} \cdot 7 \cdot \cancel{6}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{6}} = 10 \cdot 3 \cdot 7 = 210$$

a) 210

b) 154

c) 5040

d) 24

e) 120

da tutti questi casi possibili, devo escludere il caso in cui c'è Marta ma non c'è Luca

\rightarrow 1 biglietto per Marta, no biglietto per Luca

\Rightarrow i restanti 3 biglietti li distribuisco tra 8 persone

$$\rightarrow M=8, k=3 \rightarrow C = \binom{8}{3} = \frac{8!}{3! 5!} = \frac{8 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{5}} = 56$$

$$\Rightarrow \text{MODI CHE MI VANNO BENE: } 210 - 56 = 154$$

5. Quanti sono i numeri di 6 cifre che non contengono 0, hanno la cifra 1 per 2 volte e la cifra 2 per 2 volte?

6. Tredici persone si stringono la mano. Ciascuna stringe la mano a tutte le altre. Quante sono le strette di mano in totale?

- a) 156
- b) 169
- c) 78
- d) 13
- e) 26

7. Quanti sono i modi in cui è possibile riordinare le lettere 'A, A, B, B, C'?

- a) 30
- b) 5
- c) 60
- d) 116
- e) 120

Soluzioni

Q. 439: c (125)

Q. 482: d (216)

1. 2118760

2. 120, 3125

3. 10626, 42504

4. b (154)

5. 8820

6. c (78)

7. a (30)