

Esercizi 13: parabola, circonferenza, ellisse
e iperbole

11

Fisica e
Matematica

Qual è la distanza tra il vertice della parabola di equazione $y = x^2 - 4x$ e il centro della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 4 = 0$?

a) 2

b) 4

c) $2\sqrt{3}$

d) 3

~~e) $\sqrt{2}$~~

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$$

$$\rightarrow x_v = -\frac{-4}{2} = 2$$

$$y_v = -\frac{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}{4} = -4$$

$$C = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2} \right)$$

$$\rightarrow x_c = -\frac{-2}{2} = 1$$

$$y_c = -\frac{6}{2} = -3$$

$$d = \sqrt{(x_c - x_v)^2 + (y_c - y_v)^2} = \sqrt{(1 - 2)^2 + (-3 + 4)^2} = \sqrt{2}$$

Qual è l'equazione di una circonferenza passante per i punti (0 ; 0), (1 ; 0) e (1 ; 2)?

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$\begin{cases} 0^2 + 0^2 + a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 0 \rightarrow c = 0 \\ 1^2 + 0^2 + a \cdot 1 + b \cdot 0 + c = 0 \rightarrow 1 + a + c = 0 \\ 1^2 + 2^2 + a \cdot 1 + b \cdot 2 + c = 0 \rightarrow 5 + a + 2b + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 0 \\ 1 + a = 0 \\ 5 + a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 0 \\ a = -1 \\ 5 - 1 + 2b = 0 \rightarrow b = -2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - x - 2y = 0$$

a) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$

b) $x^2 + y^2 - x - 4y + 6 = 0$

~~**c)**~~ $x^2 + y^2 - x - 2y = 0$

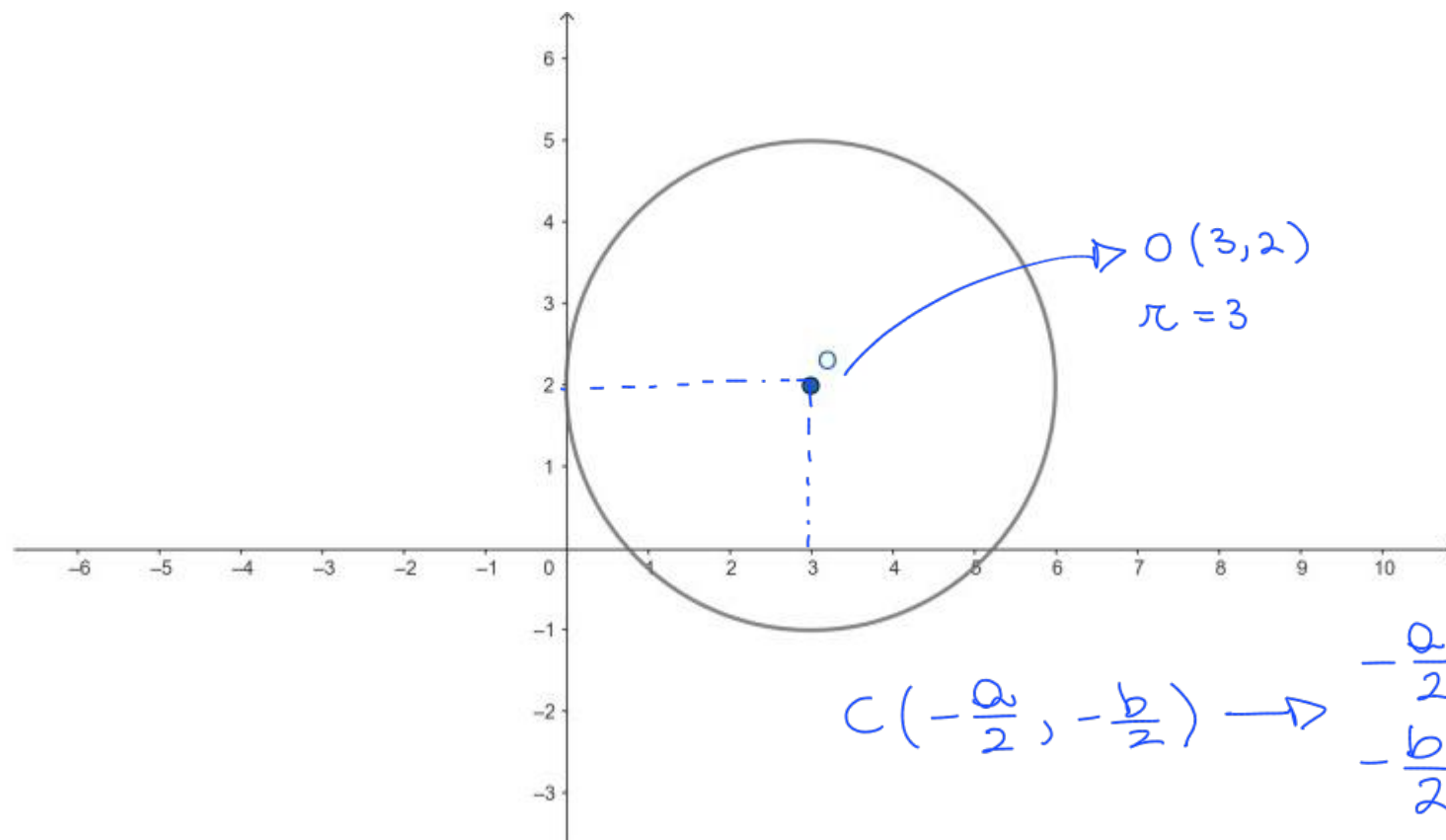
d) $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

e) $x^2 + y^2 - 2x - y + 2 = 0$

69

Fisica e
Matematica

Qual è l'equazione della circonferenza mostrata in figura?



$$C\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \rightarrow \begin{aligned} -\frac{a}{2} &= 3 \rightarrow a = -6 \\ -\frac{b}{2} &= 2 \rightarrow b = -4 \end{aligned}$$

$$r = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 - C} \rightarrow 3 = \sqrt{3^2 + 2^2 - C}$$

$$\rightarrow 9 = 9 + 4 - C \rightarrow C = 4$$

~~a) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$~~

b) $x^2 + y^2 - 3x - 2y - 9 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$

d) $x^2 + y^2 - 3x + 4 = 0$

e) $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 2 = 0$

59

Fisica e
Matematica

Qual è l'equazione di una parabola con vertice in (0 ; -1) e passante per il punto (1 ; 2)?

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 0 \\ -\frac{\Delta}{4a} = -1 \\ 2 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \end{cases}$$

→

$$\begin{cases} b = 0 \\ \frac{b^2 - 4ac}{4a} = -1 \\ 2 = a + b + c \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = -1 \\ 2 = a + 0 - 1 \rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$y = 3x^2 - 1$$

~~a) $y = 3x^2 - 1$~~

b) $y = x^2 - 2x + 1$

c) $y = 2x^2 - 1$

d) $y = 2x^2 - x + 1$

e) $y = 2x^2 - 4x - 2$

106

Fisica e
Matematica

Qual è l'asse di simmetria della parabola di equazione

$x = 2y^2 - 6y + 3$?

a) $x = 2$

b) $y = -3 / 2$

c) $y = 3 / 2$

d) $x = -2$

e) $y = -3$

135

Fisica e
Matematica

Data la parabola di equazione $y = 9x^2 + 1$, per quali dei seguenti valori di m la retta $y = mx$ è tangente alla parabola?

a) 3

b) $9/4$

c) 5

~~d) 6~~e) $7/2$

$$\begin{cases} y = 9x^2 + 1 \\ y = mx \end{cases} \rightarrow 9x^2 + 1 = mx \rightarrow 9x^2 - mx + 1 = 0$$

trovo il Δ e impongo $\Delta = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 36 = 0 \rightarrow m = \pm 6$$

424

Fisica e
Matematica

Si determini l'equazione della retta tangente alla parabola $y = x^2 + 4x + 4$ nel suo punto di ascissa -2 .

a) $y = -4x$

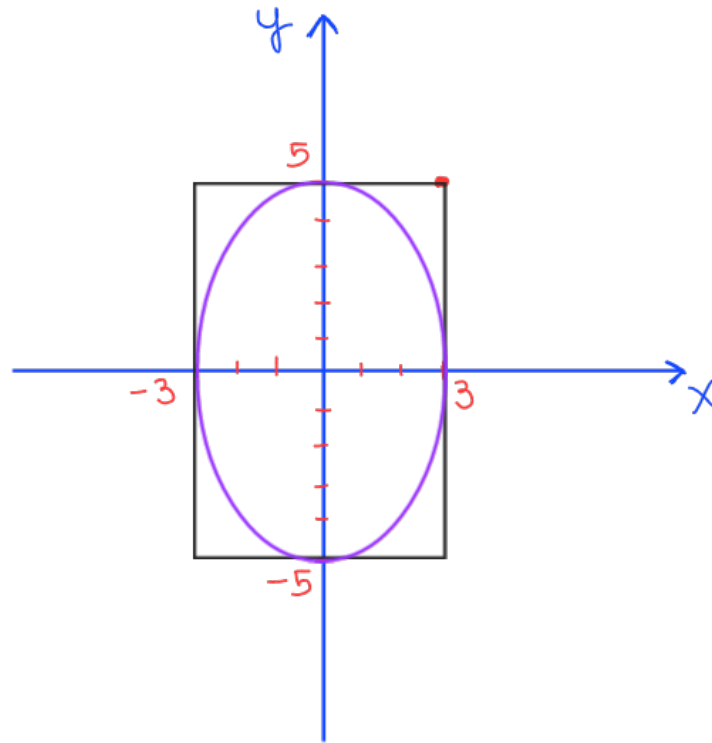
b) $y = 16$

c) $y = 4x$

d) $y = 0$

e) $x = 0$

Dato il rettangolo centrato nell'origine e con un vertice nel punto (3, 5), qual è l'equazione dell'ellisse inscritta?



Semiassi dell'ellisse: $a = 3$
 $b = 5$

$$\rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

a) $x^2 / 3 + y^2 / 5 = 1$

~~b) $x^2 / 9 + y^2 / 25 = 1$~~

c) $x^2 / 4 + y^2 / 5 = 1$

d) $x^2 / 25 + y^2 / 9 = 1$

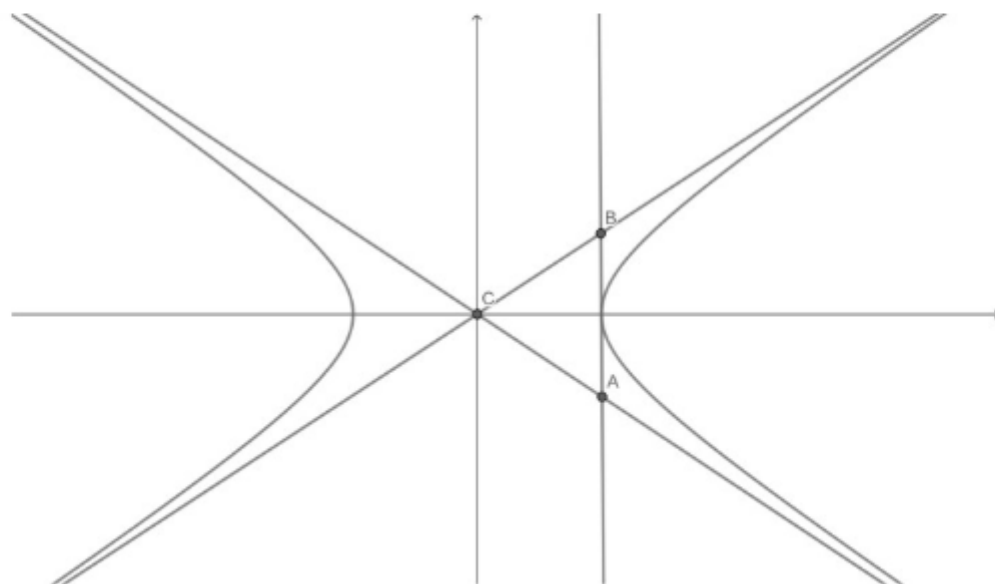
e) $x^2 / 5 + y^2 / 3 = 1$

**Quanto vale l'area del triangolo ABC delimitato dagli
asintoti dell'iperbole $x^2 - 9y^2 = 9$ e la retta tangente al
vertice con ascissa positiva?**

a) 2

b) 6

c) 3

d) $5/2$ e) $3/2$ 

50

Fisica e
Matematica

Per quali valori di k l'espressione presentata rappresenta un'iperbole equilatera?

$$\frac{x^2}{k^2 - 2k + 5} - \frac{y^2}{2k + 1} = 1$$

a) $k = 1, k = 3$ **b)** $k = 2$ **c)** $k = 0$ **d)** $k = -2, k = 2$ **e)** $k = 1 / 2$

Soluzioni

Q. 11: e ($\sqrt{2}$)

Q. 50: b ($k = 2$)

Q. 53: c ($x^2 + y^2 - x - 2y = 0$)

Q. 59: a ($y = 3x^2 - 1$)

Q. 69: a ($x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$)

Q. 106: c ($y = 3 / 2$)

Q. 116: c (3)

Q. 131: b ($x^2 / 9 + y^2 / 25 = 1$)

Q. 135: d (6)

Q. 424: d ($y = 0$)